Lösungen Parabeln 2018-2

Aufgabe 1

a) P_1: Die Parabel ist nach oben geöffnet, gestaucht, und nur 3 Einheiten nach oben verschoben.

b) P_2: Die Parabel ist nach oben geöffnet, gestaucht, und nur 5 Einheiten nach rechts verschoben.

P_3: Die Parabel ist nach unten geöffnet, gestaucht, 4 Einheiten nach links und 4 Einheiten nach oben verschoben.

P_4: Die Parabel ist nach unten geöffnet, Normalparabel, und nur 1 Einheiten nach oben verschoben.

b) P_1: $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3$

P_2: $f(x) = \frac{1}{3}(x-5)^2$

P_3: $f(x) = -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 4$

P_4: $f(x) = -x^2 + 1$

c) P_1: $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3$ ist bereits die allgemeine Form

P_2: $f(x) = \frac{1}{3}(x-5)^2$

$$f(x) = \frac{1}{3}(x^2 - 10x + 25)$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{10}{3}x + \frac{25}{3}$$

P_3: $f(x) = -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 4$

$$f(x) = -\frac{1}{4}(x^2 + 8x + 16) + 4$$

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 4 + 4$$

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 - 2x$$

P_4: $f(x) = -x^2 + 1$ ist bereits die allgemeine Form

d) P_1: $S_y(0|3)$

P_2: $S_y(0|8{,}3)$ Ablesen nur ungefähr möglich

P_3: $S_y(0|0)$

P_4: $S_y(0|1)$

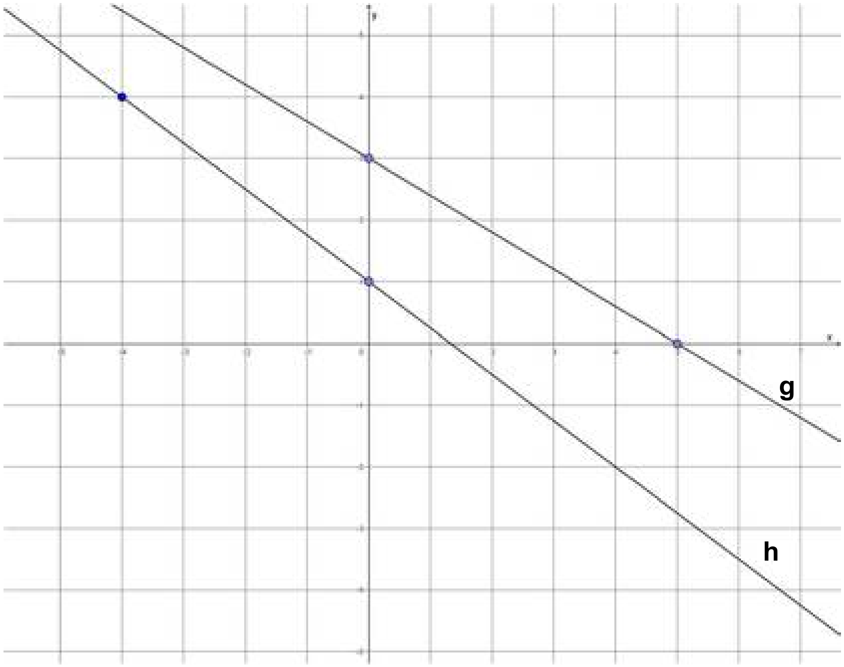
e) P_1: keine Schnittpunkte mit der x-Achse

P_2: $S_{x1/2}(5|0)$

P_3: $S_{x1}(-8|0)$ und $S_{x2}(0|0)$

P_4: $S_{x1}(-1|0)$ und $S_{x2}(1|0)$

f) $S_{P1}(0|3)$ und $S_{P2}(5|0)$; $S_{P3}(-4|4)$ und $S_{P4}(0|1)$



$$g(x) = -\frac{3}{5}x + 3$$

$$h(x) = -\frac{3}{4}x + 1$$

g) $g(x) = h(x)$

$$-\frac{3}{5}x + 3 = -\frac{3}{4}x + 1 \;\Big|\; +\frac{3}{4}x - 3$$

$$\frac{3}{20}x = -2 \;\Big|\; : \frac{3}{20}$$

$$x = -\frac{40}{3}$$

$$g\left(-\frac{40}{3}\right) = -\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{40}{3}\right) + 3 = 11$$

$S\left(-\frac{40}{3}\middle|11\right)$ oder $S(-13{,}33|11)$

<u>Aufgabe 2</u>

a) $S(-5|1)$ Die Parabel ist nach oben geöffnet.

b) Die Parabel besitzt keine Nullstellen. *(nach oben geöffnet und nach oben verschoben)*

c) $f(x) = 2(x+5)^2 + 1$ mit $f(x_N) = 0$

$$0 = 2(x+5)^2 + 1 \;|\; -1$$

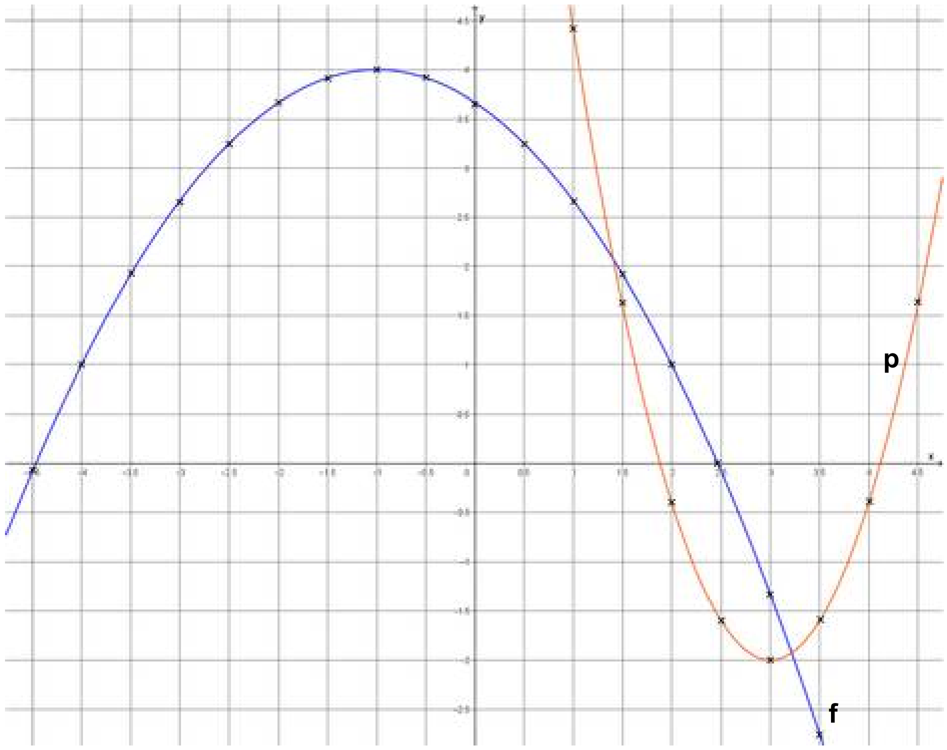
$$-1 = 2(x+5)^2 \;|\; : 2$$

$$-0{,}5 = (x+5)^2 \;|\; \sqrt{\;}$$

nicht lösbar (n.l.) => keine Nullstellen

Aufgabe 3

a)



b)

$$f(x) = -\frac{1}{3}(x+1)^2 + 4 \qquad\qquad p(x) = 1{,}6(x-3)^2 - 2$$

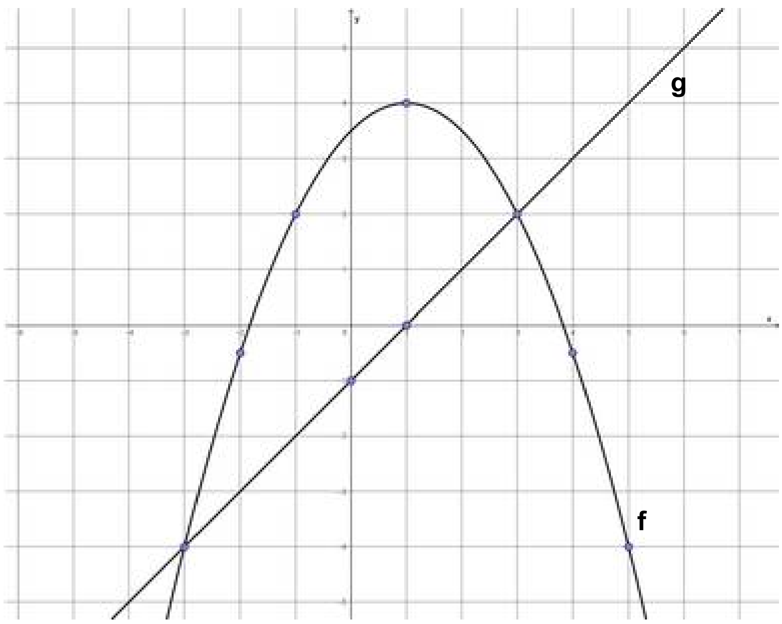
$$f(x) = -\frac{1}{3}(x^2 + 2x + 1) + 4 \qquad\qquad p(x) = 1{,}6(x^2 - 6x + 9) - 2$$

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} + 4 \qquad\qquad p(x) = 1{,}6x^2 - 9{,}6x + 14{,}4 - 2$$

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{11}{3} \qquad\qquad p(x) = 1{,}6x^2 - 9{,}6x + 12{,}4$$

Aufgabe 4

a) b) c)



d) $S_1\left(-3|-4\right)$ und $S_2\left(3|2\right)$

e) Berechnung der schrägen Streckenlänge mit Pythagoras:
$a^2+b^2=c^2$
Wobei c die Streckenlänge, a die Differenz der x-Werte der Punkte und b die Differenz der y-Werte der Punkte ist.
$c=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
$c=\sqrt{(3+3)^2+(2+4)^2}$
$c\approx 8{,}49\,\text{cm}$

Aufgabe 5

a) Die Parabel ist nach unten geöffnet und normal geformt (Normalparabel).

b) $S_y\left(0|-4\right)$

c) $f(x_N)=0$
$0=-x^2+5x-4 \,|:(-1)$
$0=x^2-5x+4$
$x_{N1/2}=2{,}5\pm\sqrt{2{,}5^2-4}$
$x_{N1}=4 \qquad S_{x1}\left(4|0\right)$
$x_{N2}=1 \qquad S_{x2}\left(1|0\right)$

d) $x_S=2{,}5$ aus pq-Formel für x einsetzen in der Gleichung f(x)
$f(2{,}5)=2{,}25 \quad S\left(2{,}5|2{,}25\right)$

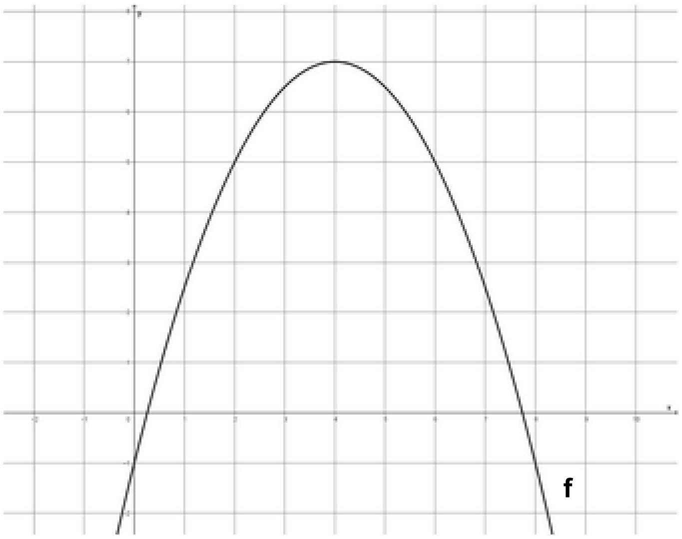
e) $g(x)=f(x)$
$x+2=-x^2+5x-4 \,|-x-2$
$0=-x^2+4x-6 \,|:(-1)$
$0=x^2-4x+6$
$x_{1/2}=2\pm\sqrt{4-6}$
n.l. => keine Schnittpunkte

Aufgabe 6

a) Breite berechnen mithilfe der Nullstellen
$f(x_N)=0$
$0=-0{,}5x^2+4x-1 \,|:(-0{,}5)$
$0=x^2-8x+2$
$x_{N1/2}=4\pm\sqrt{4^2-2}$
$x_{N1}\approx 7{,}74$ und $x_{N2}\approx 0{,}26$ Der Torbogen ist 7,48 Meter breit.

b) Höhe (y-Wert) berechnen mithilfe des Scheitels
x-Wert des Scheitels aus pq-Formel: $x_S=4$ einsetzen in f(x)
$f(4)=7$ (y_S-Wert)
Der Torbogen ist 7 Meter hoch.

c) Zeichnen z.B. mithilfe der Nullstellen und des Scheitels (eventuell S_y und spiegeln) oder mithilfe des TR (Wertetabelle).



Aufgabe 7

a) Das Wasser kommt in ein Meter Höhe aus dem Schlauch.

b) auf den Boden treffen = Nullstelle

$f(x_N) = 0$

$0 = -0{,}2x^2 + 0{,}8x + 1 \,|: (-0{,}2)$

$0 = x^2 - 4x - 5$

$x_{N1/2} = 2 \pm \sqrt{2^2 + 5}$

$x_{N1} = 5$ und $x_{N2} = -1$

Die Öffnung des Gartenschlauchs ist bei $x = 0$. Somit trifft der Wasserstrahl in 5 Meter Entfernung auf.

b) Höhe berechnen mithilfe des Scheitels

x-Wert des Scheitels $x_S = 2$ einsetzen in f(x)

$f(2) = 1{,}8$

Der Wasserstrahl erreicht eine Höhe von 1,80 Metern.

c) 1,5 Meter vor $x = 5$ => $x = 3{,}5$ Höhe gesucht => x einsetzen in f(x)

$f(3{,}5) = 1{,}35$

Der Wasserstrahl hat 1,5 Meter vor dem Auftreffen eine Höhe von 1,35 Meter.